Приложение 2

# ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ ТЕХНОЦЕНОЗА АГРЕГАТНЫМ МЕТОДОМ

В последние годы достаточно интенсивно развивается методология рангового анализа крупных инфраструктурных объектов техноценологического типа (техноценозов). Как показано автором, имитационное моделирование процессов функционирования объектов техноценоза можно эффективно осуществлять с помощью агрегатного метода, достаточно хорошо изложенного в ряде работ. В соответствии с этим методом в каждый момент времени $\tau \in [0, T]$ агрегат находится в одном из возможных состояний, которое является элементом множества Z (см. рис. 1). Состояние агрегата может быть описано с помощью следующего вектора:

$$z = (\tau, z_1, z_2, ..., z_n, P, t), \tag{1}$$

где $\tau$ – временная координата;

$z_1, z_2, ..., z_n$ – экзогенные переменные, априорно определяющие структуру агрегата;

$n = 1, 2, 3 \ldots$ – натуральный ряд;

P – вероятность реализации определенного функционального состояния агрегата;

t – координата, количественно характеризующая состояние рассматриваемого агрегата.

Состояние моделируемого агрегата $z(\tau)$ для произвольного момента времени $\tau > \tau_o$ однозначно определяется по предыдущему его состоянию случайным оператором H, причем можно записать:

$$z(\tau) = H[z(\tau_o), \tau]. \tag{2}$$

Агрегат имеет особые входные контакты, к которым в моменты времени $\tau_i$ поступают управляющие сигналы g, являющиеся элементами множества G. Кроме того, агрегат имеет входные контакты, способные воспринимать воздействия внешней инфраструктуры $(x \in X)$. На выходе, в свою очередь, образуются выходные сигналы $(y \in Y)$, однозначно определяемые по его состоянию $z(\tau)$ (см. выражение (2)).


Рис. Схема алгоритма имитационного моделирования процесса функционирования агрегата

Как представляется, с достаточной для целей моделирования общностью любой сигнал, циркулирующий между объектами техноценоза, описывается с помощью конечного набора характеристик. Так, входной и выходной сигналы можно представить в виде векторов:

$$x = (x_1, x_2, ..., x_n);$$
$$y = (y_1, y_2, ..., y_n), \tag{3}$$

где $x_i \in X_i^*$; $y_f \in Y_f^*$;
$i = 1, 2, \dots, n$; $f = 1, 2, \dots, r$.

При этом выходной сигнал «y» определяется по состоянию агрегата с помощью оператора G, аналогичного по форме H.

Вид оператора H зависит от того, содержит ли рассматриваемый интервал времени особые состояния агрегата, происходящие в моменты получения или выдачи сигнала. Из особых состояний агрегат может переходить в новое состояние скачком. Если считать, что $z(\tau^*)$ – некоторое особое состояние агрегата, а $g_s$ – последний управляющий сигнал, то состояние агрегата в момент времени $\tau^* + 0$ (которое следует непосредственно после скачкообразного изменения его состояния) может быть описано с помощью четырех частных форм оператора H:

$$z(\tau^* + 0) = \begin{cases} V'[z(\tau^*), x, g_s]; \\ V''[z(\tau^*), g]; \\ V[z(\tau^*), x, g]; \\ W[z(\tau^*), g_s]. \end{cases} \tag{4}$$

Первая частная форма оператора H в выражении (4) выбирается, если $\tau^*$ – момент поступления в агрегат входного сигнала, вторая – поступления управляющего сигнала, третья – одновременного поступления названных сигналов, четвертая – выдачи выходного сигнала.

В интервалах между особыми состояниями агрегата значение $z(\tau)$ определяется с помощью специального оператора, вид которого однозначно зависит от последнего особого состояния:

$$z(\tau) = U_{t^*}[z(t^* + 0), g_s, \tau]. \tag{5}$$

Из множества Z состояний агрегата $z(\tau)$ может быть выделена система подмножеств, обладающая различными свойствами. В ходе имитационного моделирования в качестве временной координаты, как правило, используется модельное время $\tau_0$, с помощью которого реализуется квазипараллельная работа компонент в общей имитационной модели. При этом корректировка временных координат $\tau_i$ нескольких компонент системы осуществляется с помощью модельного времени $\tau_0$ следующим образом. Если значения $\tau_i$ при выполнении алгоритмов нескольких компонент совпадают (это означает, что в реальной системе происходит одновременно несколько событий), то алгоритмы, совпадающие по времени выполнения, обслуживаются последовательно. Модельное время $\tau_0$ не меняется до окончания выполнения всех совпадающих по времени алгоритмов. После реализации группы алгоритмов выполняется оператор корректировки временной координаты $M[\tau_i]$, который в большинстве случаев осуществляет вычисление нового значения модельного времени $\tau_i$ по стохастическому, рекуррентному или детерминированному закону.

Предлагается подразделять функционирующие технические изделия (особи, входящие в состав объектов техноценоза) на две группы. К первой относятся элементы, которые, помимо реализации определенного функционального состояния (при реализации особого состояния агрегата), характеризуются также и величиной, количественно определяющей данное функциональное состояние. Ко второй группе относятся элементы (как правило, второстепенные), характеризующиеся только самим фактом скачкообразной реализации функционального состояния.

События, заключающиеся в реализации определенного функционального состояния i-го элемента системы техноценологического типа, характеризующегося параметрическим вектором

$$z_i = (\tau^*, z_{1i}, z_{2i}, ..., z_{ni}, P_i, t_i), \qquad (6)$$

при реализации общего состояния, характеризующегося вектором

$$z = (\tau^*, z_1, z_2, ..., z_n, P, t), \qquad (7)$$

моделируются с помощью оператора H, который выполняется следующим образом. В начальный момент времени $\tau_0$ в системе задаются начальное состояние агрегата $z_0$ и начальное значение управляющего сигнала $g_o$. Если $t_1$ и $t_2$ принципиально различимые меры функционального состояния агрегата в моменты времени $\tau_1$ и $\tau_2$ (где $\tau_1$ и $\tau_2$ – моменты поступления первого и второго входных сигналов, а $\tau_{12}$ – момент поступления первого управляющего сигнала, и $\tau_1 < \tau_{12} < \tau_2$), то на полуинтервале $(\tau_o, \tau_1]$ состояние агрегата изменяется по следующему закону:

$$z(\tau) = U_{\tau_o}[z_o, g_o, \tau], \qquad (8)$$

где $(\tau_o < \tau \leq \tau_1)$,

до тех пор, пока не произойдет изменение состояния агрегата и не будет выдан выходной сигнал. Произойдет это в момент $\tau'$, после чего закон изменения состояния агрегата приобретет следующий вид:

$$z(\tau'+0)=W[z(\tau'),\, g_o]. \qquad (9)$$

Далее определение вероятности P изменения общего состояния агрегата заключается в построении импликативной схемы системы по вероятностным координатам ее компонент (в общем виде):

$$P=\{P_i\}. \qquad (10)$$

В простейшем случае агрегат рассматривается таким образом, чтобы при декомпозиции компоненты в вероятностной схеме системы объединялись в основное соединение последовательно. Тогда вероятность P может быть достаточно просто подсчитана методами теории вероятностей.

Вероятность $P_i$ реализации функционального состояния компонент агрегата при воздействии на него совокупности возмущающих факторов, поступающих в модели с входным сигналом, может быть найдена из следующего мультипликативного выражения:

$$P_i=1-\prod_j(1-P_{ij}), \qquad (11)$$

где $P_{ij}$ – вероятность реализации функционального состояния i-го элемента системы техноценологического типа под воздействием j-го фактора из пакета входного сигнала $x_j$.

Следует иметь в виду, во-первых, что выражение (11) – простейшее и описывает лишь последовательную совокупность воздействующих факторов (в вероятностном смысле). В более сложных схемах воздействия для получения $P_i$ необходимо производить построение импликативной схемы по вероятности $P_{ij}$, то есть в общем случае имеем:

$$P_i=\{P_{ij}\}. \qquad (12)$$

Во-вторых, путем особого построения агрегативной схемы и воздействующих факторов можно избежать синергизма факторов входного сигнала.

Вероятность $P_{ij}$ в общем случае зависит от закона распределения, по которому происходит возмущающее воздействие на элемент системы. Однако в подавляющем большинстве случаев она может быть аппроксимирована нормальной функцией распределения вида:

$$P_{ij} \cong \frac{1}{\sigma_{ij}^{d}\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{T_{ij}^{c}} e^{-\frac{\left(s-T_{ij}^{d}\right)^{2}}{2\sigma_{ij}^{d2}}} ds, \tag{13}$$

где $T_{ij}^{d}$ и $\sigma_{ij}^{d}$ – соответственно, математическое ожидание и стандарт значения уровня j-го возмущающего фактора применительно к i-му элементу агрегата, которые задаются априорно в комплексе экзогенных переменных;

$T_{ij}^{c}$ – стохастическое значение уровня j-го возмущающего фактора применительно к i-му элементу агрегата, задаваемое в комплексе эндогенных переменных;

$s$ – переменная интегрирования.

Остается добавить, что параметры и переменные в выражении (13) являются координатами вектора входного сигнала, описанного (3) и (4).

Прежде чем рассматривать дальнейшее изменение состояния агрегата во времени, необходимо проверить, не удовлетворяет ли текущее состояние $z(\tau' + 0)$ описанным выше условиям выдачи выходного сигнала. Если данное условие выполняется, то состояние моделируемого агрегата описывается следующим соотношением:

$$z(\tau' + 0 + 0) = W[z(\tau'+0), g_o] = W\{W[z(\tau'), g_o], g_o\}, \tag{14}$$

а в момент времени $\tau' + 0 + 0$ выдается второй выходной сигнал.

Вектор выходного сигнала «y» может формироваться на двух уровнях: на уровне всего агрегата и на уровне отдельных компонент. Первый вариант выбирается в том случае, если агрегат состоит из элементов второй группы, для которых реализуются только определенные функциональные состояния компонент. При этом в качестве выходного сигнала выступает количество реализаций, а также ряд других координат. Второй вариант используется в том случае, если агрегат состоит из элементов первой группы, а основу координат выходного сигнала составляют величины, количественно выражающие реализовавшееся в процессе моделирования функциональное состояние компонент.

В любом случае факт выдачи выходного сигнала после скачкообразного изменения состояния агрегата определяется с помощью датчиков случайных величин по вероятностям $P_i$ или $P_{ij}$ следующим образом:

$$\begin{cases} \exists\ P_i(P_{ij}) \le \eta \Rightarrow z(\tau'+0) \notin Z_y; \\ \exists\ P_i(P_{ij}) > \eta \Rightarrow z(\tau'+0) \in Z_y, \end{cases} \qquad (15)$$

где $\eta$ – псевдослучайное число, равномерно распределенное в интервале от 0 до 1, программно генерируемое датчиком случайных величин.

При необходимости в процессе моделирования оценки математического ожидания количества элементов агрегата i-го типа, реализовавших свое функциональное состояние при изменении состояния всей системы, может быть выполнена рандомизация вида:

$$M[N_i] \cong \left( \sum_j \sum_k n_{ijk} \int_0^{r_{\max ij}} P_{ijk}(r) f_{ijk}(r) dr \right) \cdot \xi, \qquad (16)$$

где $n_{ijk}$ – количество элементов i-го типа, имеющих k-ю степень сопротивляемости j-му воздействию;

$P_{ijk}(r)$ – функция вероятности реализации возмущающего воздействия j-го фактора на i-й элемент, имеющий k-ю степень сопротивляемости, в зависимости от координаты r, нормирующей данное воздействие;

$f_{ijk}(r)$ – плотность распределения вероятности $P_{ijk}(r)$;

$r_{\max ij}$ – максимальное значение координаты r, нормирующей воздействие j-го фактора на i-й элемент;

$\xi$ – коэффициент синергизма.

Параметры $n_{ijk}$ и $r_{\max ij}$ должны задаваться в совокупности экзогенных переменных системы. Функция $P_{ijk}(r)$ и ее плотность распределения $f_{ijk}(r)$ должны поступать в моделируемую систему в совокупности координат вектора входного сигнала. Для оценочных и численных расчетов может быть использовано приближенное выражение:

$$N_i \cong \left( \sum_j \sum_k n_{ijk} \sum_f (P_{ijf} \cdot P_{ijkf}) \right) \cdot \xi, \qquad (17)$$

где $P_{ijf}$ – вероятность воздействия на i-й элемент f-й степени j-го возмущающего фактора;

$P_{ijkf}$ – вероятность реализации соответствующего функционального состояния i-го элемента системы, имеющего k-ю степень сопротивляемости при воздействии на него f-ой степени j-го возмущающего фактора.

Как и в предыдущем выражении, вероятности $P_{ijf}$ и $P_{ijkf}$ должны поступать в моделируемый агрегат с вектором входного сигнала. В простейшем случае $P_{ijf}$ может быть априорно вычислена как соотношение интегральных характеристик эффективной степени возмущения и минимального порога чувствительности к заданному возмущению. Она должна содержаться в комплексе экзогенных переменных.

Рассмотрим принципы имитационного моделирования элементов агрегата первой группы, для которых требуется оценка величины, количественно выражающей их функциональное состояние, после реализации особого состояния системы. В общем случае выражение для определения математического ожидания выглядит следующим образом:

$$M[t] \cong \left( \sum_i \sum_j \left( k_{ij} \int_0^{r_{\max ij}} t_{ij}(r) f_{ij}(r) dr \right) \right) \cdot \xi, \tag{18}$$

где $k_{ij}$ – комплексный коэффициент сопротивляемости i-го элемента j-му возмущающему воздействию;

$t_{ij}(r)$ – функция, характеризующая нормированное координатой r функциональное состояние i-го элемента при реализации j-го возмущающего воздействия;

$f_{ij}(r)$ – плотность распределения функции $t_{ij}(r)$, характеризующей функциональное состояние элемента.

Функция $t_{ij}(r)$ и ее плотность распределения $f_{ij}(r)$ могут быть заданы в качестве координат вектора входного сигнала.

При имитационном моделировании с помощью кусочно-линейных агрегатов пригодны два выражения, каждое из которых соответствует определенной схеме формирования входных сигналов и содержит координаты вектора входного сигнала в виде параметров:

$$t \cong \left( \sum_i \sum_j \left( k_{ij} \sum_f (t_{ijf} \cdot P_{ijf}) \right) \right) \cdot \xi \tag{19}$$

или

$$t \cong \left( \sum_i \left( \sum_j k_{ij} \sum_m (P_{ijm} \cdot t_{ijm}^d) \right) \right) \cdot \xi, \qquad (20)$$

где $t_{ijf}$ – величина, количественно характеризующая функциональное состояние i-го элемента, подвергаемого f-й степени воздействия j-го фактора;

$P_{ijf}$ – вероятность реализации события, заключающегося в осуществлении воздействия f-й степени j-го возмущающего фактора на i-й элемент моделируемой системы;

$P_{ijm}$ – вероятность осуществления для i-го элемента системы функционального состояния, характеризующегося m-й степенью своего количественного выражения применительно к j-му возмущающему фактору;

$t_{ijm}^d$ – априорно задаваемое детерминированное значение параметра m-й степени количественного значения.

Следует отметить, что в выражениях (17) – (20) параметры $k_{ij}$, $r_{\max ij}$, $t_{ijf}$, $P_{ijf}$, $P_{ijm}$ и $t_{ijm}^d$ представляют собой экзогенные переменные, поступающие при моделировании в систему с входным сигналом.

Кроме того, важно понимать, что в (16) и (18) при более строгом рассмотрении должен иметь место интеграл вида:

$$\int\int_{-\infty}^{+\infty} ... \int R(r_1, r_2, ..., r_n) \cdot f_R(r_1, r_2, ..., r_n)\, dr_1 dr_2 ... dr_n, \qquad (21)$$

который в модельных расчетах значительно упрощается при переходе к полярной системе координат с учетом центральной симметрии и ограничением интегрирования верхним значением нормирующей переменной r, при котором вероятность реализации функционального состояния элемента становится пренебрежимо малой.

При необходимости наряду с математическим ожиданием может быть вычислен и стандарт искомой величины по известным формулам:

$$\sigma[t] \cong \sum_i \sum_j \left( k_{ij} \sqrt{\int_0^{r_{\max ij}} (t_{ij}(r) - M[t])^2 f_{ij}(r) dr} \right); \qquad (22)$$

$$\sigma[N_i] \cong \sum_j \sum_k \left( n_{ijk} \sqrt{\int_0^{r_{\max ij}} (P_{ijk}(r) - M[N_i])^2 f_{ijk}(r) dr} \right). \qquad (23)$$

Прежде чем рассматривать дальнейшее изменение состояния агрегата во времени, необходимо осуществить проверку условия выдачи нового сигнала. Следует отметить, что в момент времени $\tau'$ может быть выдано лишь конечное число сигналов. При комплексном моделировании процессов выдачи двух и более выходных сигналов, в зависимости от структуры входных сигналов и особого состояния системы, возможны два подхода к определению координат вектора выходного сигнала.

В первом случае рассматривается двойной сигнал, в котором первая часть отражает процессы, происходящие с агрегатом при изменении его функционального состояния, а вторая характеризует функциональное состояние i-го элемента агрегата при изменении степени и характера воздействия j-го возмущающего фактора за счет вторичных эффектов, возникающих в системе. При этом параметр, характеризующий новое функциональное состояние системы, может быть определен следующим образом:

$$t_{dij} \cong \sum_m (P_{vijm} \cdot P_{nij} \cdot t^d_{ijm}), \qquad (24)$$

где $t^d_{ijm}$ – детерминированная величина m-й степени, численно характеризующая функциональное состояние i-го элемента под воздействием j-го фактора;

$P_{vijm}$ – вероятность возникновения $t^d_{ijm}$;

$P_{nij}$ – вероятность события, заключающегося в воздействии j-го возмущающего фактора на i-й элемент.

В последнем выражении параметр $t^d_{ijm}$ поступает из комплекса эндогенных переменных, а $P_{vijm}$ и $P_{nij}$ – из координат вектора входного сигнала. При этом в простейшем случае $P_{nij}$ может приниматься для факторов, воздействующих на агрегат в целом, равной 0 или 1, а для факторов, характеризующихся локальным или избирательным воздействием, может быть определена как отношение величин, характеризующих фиксированную степень чувствительности компоненты агрегата и системы в целом. В данном случае все величины нормируются координатой r.

Во втором подходе рассматривается конечный однородный поток сигналов (s – их количество). В данном случае комплексное воздействие на элементы оценивается с помощью вероятности Q попадания в диапазон их чувствительности определенного числа воздействий. Анализ показывает, что в большинстве случаев правомерным является допущение о пуассоновском характере потока комплексных факторов, т.к. при этом приблизительно соблюдаются условия ординарности и отсутствия последействия.

Таким образом, вероятность перехода элемента системы в определенное функциональное состояние может быть определена по следующей аддитивно-мультипликативной зависимости:

$$P_q \cong \sum_{s=1}^{q}\Big((1-(1-P_1)^s)\cdot Q_s\Big), \tag{25}$$

где $P_q$ – вероятность перехода элемента в функциональное состояние при количестве воздействий q;

$P_1$ – вероятность перехода элемента в функциональное состояние при единичном воздействии;

$q$ – общее количество воздействий;

$Q_s$ – вероятность попадания в зону чувствительности элемента строго s-количества воздействий.

Вероятность $Q_s$ может быть определена по закону Пуассона (при соблюдении условий ординарности и отсутствия последействия):

$$Q_s = \frac{m^s}{s!}e^{-m}, \tag{26}$$

где $m$ – среднее число воздействий, приходящееся на зону чувствительности элемента системы, которое определяется априорно путем всесторонней статистической обработки комплекса эндогенных переменных.

Необходимо отметить, что выражение (26) является приближенным, основанным на допущении, что

$$P_j \cong 1-(1-P_1)^j. \tag{27}$$

При этом точное выражение, учитывающее смешанную вероятностную схему переходов, выглядит следующим образом:

$$P = \sum_{s=1}^{q} \left( P_s \cdot Q_s \right), \qquad (28)$$

где $P_s$ – вероятность перехода в определенное функциональное состояние элемента при s-кратном воздействии.

Использование выражения (27) для определения $Q_s$, в известном смысле, также является не вполне корректным. Очевидно, что в общем случае необходимо использовать биномиальное распределение:

$$Q_{q,s} = C_q^s \cdot P_o \cdot (1 - P_o)^{q\text{-}s}, \qquad (29)$$

где $Q_{q,s}$ – вероятность того, что в зоне чувствительности элемента системы окажется строго s воздействий фактора из общего количества q воздействий;

$C_q^s$ – число сочетаний из q по s;

$P_0$ – вероятность того, что при однократном воздействии значение рассматриваемого фактора окажется в зоне чувствительности элемента системы.

Если состояние $z(\tau'+0)$ не удовлетворяет условиям выдачи выходного сигнала, то дальнейшее состояние агрегата изменяется по следующему закону (при выполнении неравенства $\tau' < \tau \le \tau_1$):

$$z(\tau) = U_{\tau'}[z(\tau'+0),\, g_o,\, \tau] = U_{\tau'}\{W[z(\tau'),\, g_o],\, g_o,\, \tau\}. \qquad (30)$$

В дальнейшем при моделировании процессов функционирования агрегата, вопрос о выдаче выходных сигналов и изменении состояния с течением времени решается аналогично. Процесс функционирования агрегата в промежутках между особыми состояниями представляется целесообразным моделировать с помощью стохастической схемы в условиях квазинепрерывного модельного времени. При этом могут быть использованы алгоритмы, основанные на системах дифференциальных уравнений или массового обслуживания. Стохастизм в модели формируется за счет реализации специальных преобразующих функций, которые получаются путем нелинейного преобразования функций плотности распределения, соответствующих выявленному вероятностному процессу.

В режиме непрерывного времени в ходе моделирования процесса функционирования агрегата в промежутке между особыми состояниями (см. оператор $U_\tau$) должен проверяться факт выдачи выходного сигнала. При этом вероятность того, что до момента времени $\tau$ сигнал системой не будет выдан, может быть определена из выражения:

$$P(\tau) \cong e^{-\sum_i \left( \int_0^\tau \lambda_i(\upsilon) d\upsilon \right)}. \tag{31}$$

Параметр $\lambda_i(\tau)$ в выражении (31) представляет собой условную плотность вероятности выдачи системой в момент времени $\tau$ выходного сигнала при условии, что ранее сигнал не выдавался. Данный параметр при моделировании должен быть задан в комплексе эндогенных переменных.

Заметим, что разные этапы жизненного цикла агрегатов лучше моделировать с помощью различных подходов. Так, процессы замены агрегата при принятии решения о внедрении нового технического изделия, обладающего меньшим электропотреблением, моделируются с помощью зависимости (15), т.к. факт попадания агрегата в зону принятия решения системой управления является событием достоверным при условии, что решение на уровне внешней системы управления состоялось. Поэтому моделируются здесь только последствия выполнения решения (выдача выходного сигнала). В ходе исследования процессов модернизации агрегата с целью внедрения энергосберегающих технологий моделируется сам факт изменения состояния агрегата. При этом целесообразно использовать систему непрерывного времени (в простейшем случае – см. выражение (31)). Собственно процессы функционирования агрегатов целесообразно моделировать также в системе непрерывного времени, однако, с использованием более сложных математических конструкций (в основном – СМО).

В конечном итоге по результатам модельной реализации преобразующих функций формируются две матрицы, одна из которых $[W_1]$ содержит значения электропотребления объектов техноценоза на определенном временном интервале без реализации энергосберегающих управленческих воздействий, а вторая $[W_2]$ – с реализацией соответствующих воздействий. Кроме того, параллельно формируются еще две матрицы, одна из которых $[Z_1]$ содержит значения затрат на оплату за потребленную электроэнергию на объектах техноценоза в условиях первого варианта $[W_1]$, а вторая $[Z_2]$ – затрат на внедрение энергосберегающих технологий при реализации второго варианта $[W_2]$. Построение кумулятивной зависимости для техноценоза в целом представляется некорректным ввиду негауссовости параметров. Подобную выборку следует обрабатывать ТЦ-методами, основанными на ципфовых ранговых распределениях.