Приложение 2

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ТЕХНОЦЕНОЗЕ
(опыт использования агрегатного метода)

В последние годы достаточно интенсивно развивается методология рангового анализа крупных инфраструктурных объектов техноценологического типа (техноценозов). Как показано автором, имитационное моделирование процессов функционирования объектов техноценоза можно эффективно осуществлять с помощью агрегатного метода, достаточно хорошо изложенного в ряде работ [43,44,77,81,83,86,108,234]. В соответствии с этим методом в каждый момент времени $\tau \in [0, T]$ агрегат находится в одном из состояний, которое является элементом множества Z (см. рис. 1). Состояние агрегата может быть описано с помощью вектора:

$$z = (\tau, z_1, z_2, ..., z_n, P, t), \tag{1}$$

где τ – временная координата;

$z_1, z_2, ..., z_n$ – экзогенные переменные, априорно определяющие структуру моделируемого агрегата;

$n = 1, 2, 3 \ldots$ – натуральный ряд;

P – вероятность реализации определенного функционального состояния агрегата;

t – координата, количественно характеризующая состояние рассматриваемого агрегата.

Состояние моделируемого агрегата $z(\tau)$ для произвольного момента времени $\tau > \tau_o$ однозначно определяется по предыдущему его состоянию случайным оператором H, причем можно записать:

$$z(\tau) = H[z(\tau_o), \tau]. \tag{2}$$

Агрегат имеет особые входные контакты, к которым в моменты времени τ_i поступают управляющие сигналы g, являющиеся элементами множества G. Кроме того, агрегат имеет входные контакты, способные воспринимать воздействия внешней инфраструктуры $(x \in X)$. На выходе, в свою очередь, образуются выходные сигналы $(y \in Y)$, однозначно определяемые по его состоянию $z(\tau)$ (см. выражение (2)).

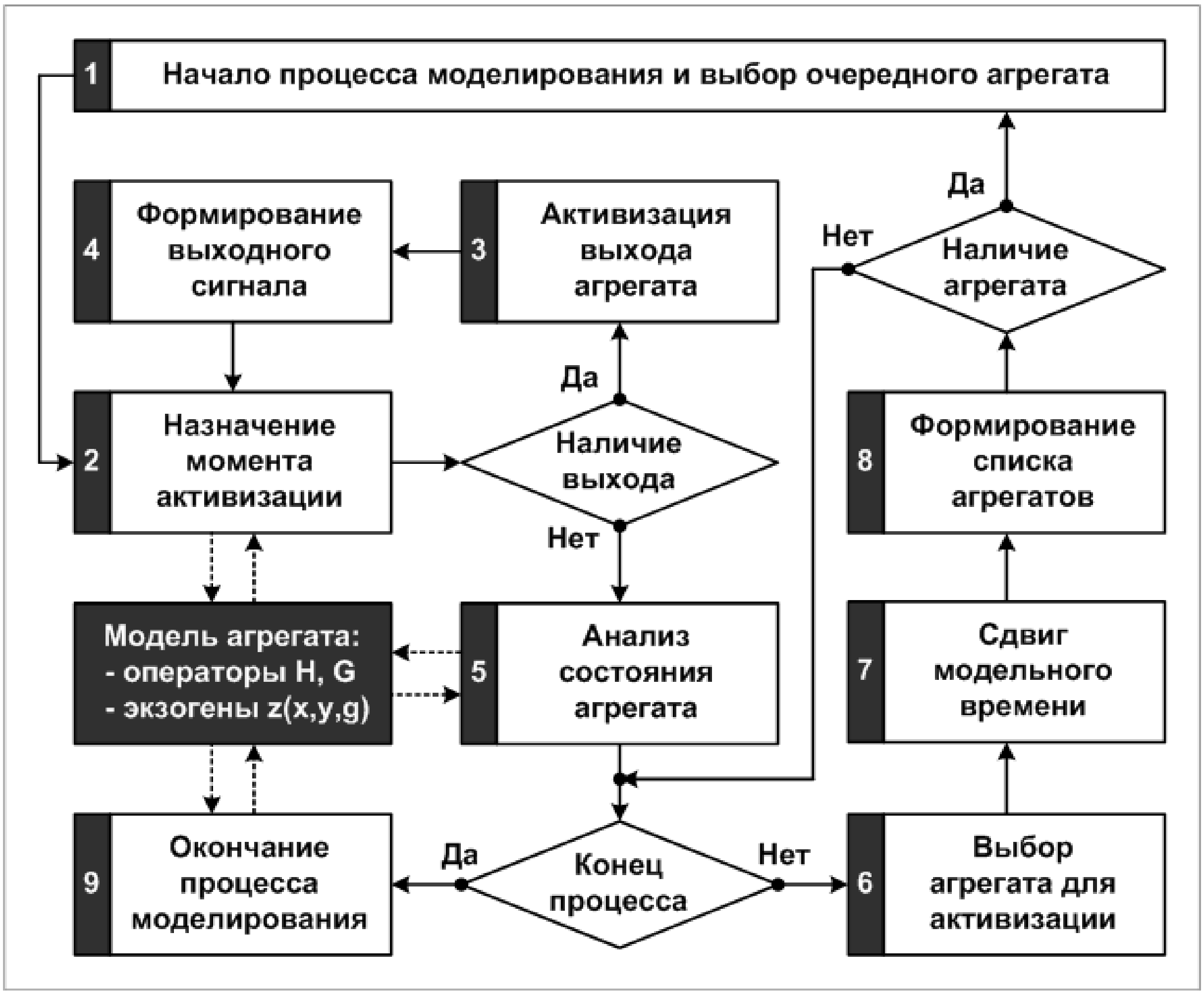

Рис. Схема алгоритма имитационного моделирования процесса функционирования агрегата

Как представляется, с достаточной для целей моделирования общностью любой сигнал, циркулирующий между объектами техноценоза, описывается с помощью конечного набора характеристик. Так, входной и выходной сигналы можно представить в виде векторов:

$$x = (x_1, x_2, ..., x_n);$$
$$y = (y_1, y_2, ..., y_n), \qquad (3)$$

где $x_i \in X_i^*$; $y_f \in Y_f^*$;
$i = 1, 2, \dots, n$; $f = 1, 2, \dots, r$.

При этом выходной сигнал «y» определяется по состоянию моделируемого агрегата с помощью оператора G, аналогичного по форме H.

Вид оператора H зависит от того, содержит ли рассматриваемый интервал времени особые состояния агрегата, происходящие в моменты получения или выдачи сигнала. Из особых состояний агрегат может переходить в новое состояние скачком. Если считать, что $z(\tau^*)$ – некоторое особое состояние моделируемого агрегата, а g_s – последний управляющий сигнал, то состояние агрегата в момент времени $\tau^* + 0$ (которое следует непосредственно после скачкообразного изменения его состояния) может быть описано с помощью четырех частных форм оператора H:

$$z(\tau^* + 0) = \begin{cases} V'[z(\tau^*), x, g_s]; \\ V''[z(\tau^*), g]; \\ V[z(\tau^*), x, g]; \\ W[z(\tau^*), g_s]. \end{cases} \tag{4}$$

Первая частная форма оператора H в выражении (4) выбирается, если τ^* – момент поступления в агрегат входного сигнала, вторая – поступления управляющего сигнала, третья – одновременного поступления названных сигналов, четвертая – выдачи выходного сигнала.

В интервалах между особыми состояниями моделируемого агрегата значение $z(\tau)$ определяется с помощью специального оператора, вид которого однозначно зависит от последнего особого состояния:

$$z(\tau) = U_{t^*}[z(t^* + 0), g_s, \tau]. \tag{5}$$

Из множества Z состояний агрегата $z(\tau)$ может быть выделена система подмножеств, обладающая различными свойствами. В ходе имитационного моделирования в качестве временной координаты, как правило, используется модельное время τ_0, с помощью которого реализуется квазипараллельная работа компонент в общей имитационной модели. При этом корректировка временных координат τ_i нескольких компонент системы осуществляется с помощью модельного времени τ_0 следующим образом. Если значения τ_i при выполнении алгоритмов нескольких компонент совпадают (это означает, что в реальной системе происходит одновременно несколько событий), то алгоритмы, совпадающие по времени выполнения, обслуживаются последовательно. Модельное время τ_0 не меняется до окончания выполнения всех совпадающих по времени алгоритмов. После реализации группы алгоритмов выполняется оператор корректировки временной координаты $M[\tau_i]$, который в большинстве случаев осуществляет вычисление нового значения модельного времени τ_i по стохастическому, рекуррентному или детерминированному закону.

Предлагается подразделять функционирующие технические изделия (особи, входящие в состав объектов техноценоза) на две группы. К первой относятся элементы, которые, помимо реализации определенного функционального состояния (при реализации особого состояния агрегата), характеризуются также и величиной, количественно определяющей данное функциональное состояние. Ко второй группе относятся элементы (как правило, второстепенные), характеризующиеся только самим фактом скачкообразной реализации функционального состояния.

События, заключающиеся в модельной реализации определенного функционального состояния i-го элемента системы техноценологического типа, характеризующегося параметрическим вектором

$$z_i = (\tau^*, z_{1i}, z_{2i}, ..., z_{ni}, P_i, t_i), \tag{6}$$

при реализации общего состояния, характеризующегося вектором

$$z = (\tau^*, z_1, z_2, ..., z_n, P, t), \tag{7}$$

моделируются с помощью оператора H, который выполняется следующим образом. В начальный момент времени τ_0 в системе задаются начальное состояние агрегата z_0 и начальное значение управляющего сигнала g_o. Если t_1 и t_2 принципиально различимые меры функционального состояния агрегата в моменты времени τ_1 и τ_2 (где τ_1 и τ_2 – моменты поступления первого и второго входных сигналов, а τ_{12} – момент поступления первого управляющего сигнала, и $\tau_1 < \tau_{12} < \tau_2$), то на полуинтервале $(\tau_0, \tau_1]$ состояние агрегата изменяется по следующему закону:

$$z(\tau) = U_{\tau_o}[z_o, g_o, \tau], \tag{8}$$

где $(\tau_o < \tau \le \tau_1)$,

до тех пор, пока не произойдет изменение состояния агрегата и не будет выдан выходной сигнал. Произойдет это в момент τ', после чего закон изменения состояния агрегата приобретет следующий вид:

$$z(\tau'+0) = W[z(\tau'), g_o]. \tag{9}$$

Далее определение вероятности изменения общего состояния моделируемого агрегата заключается в построении импликативной схемы системы по вероятностным координатам ее компонент (в общем виде):

$$P = \{P_i\}. \tag{10}$$

В простейшем случае агрегат рассматривается таким образом, чтобы при декомпозиции компоненты в вероятностной схеме системы объединялись в основное соединение последовательно. Тогда вероятность может быть достаточно просто подсчитана методами теории вероятностей.

Вероятность P_i реализации функционального состояния компонент агрегата при воздействии на него совокупности возмущающих факторов, поступающих в модели с входным сигналом, может быть найдена из следующего мультипликативного выражения:

$$P_i = 1 - \prod_j (1 - P_{ij}), \tag{11}$$

где P_{ij} – вероятность реализации функционального состояния i-го элемента системы техноценологического типа под воздействием j-го фактора из пакета входного сигнала x_j.

Следует иметь в виду, во-первых, что выражение (11) – простейшее и описывает лишь последовательную совокупность воздействующих факторов (в вероятностном смысле). В более сложных схемах воздействия для получения вероятности P_i необходимо производить построение импликативной схемы по вероятности P_{ij}, то есть в общем случае имеем:

$$P_i = \{P_{ij}\}. \tag{12}$$

Во-вторых, путем особого построения агрегативной схемы и воздействующих факторов можно избежать синергизма входного сигнала.

Вероятность P_{ij} в общем случае зависит от закона распределения, по которому происходит возмущающее воздействие на элемент моделируемой системы. Однако в подавляющем большинстве случаев она может быть аппроксимирована нормальной функцией распределения вида:

$$P_{ij} \cong \frac{1}{\sigma_{ij}^{d}\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{T_{ij}^{c}} e^{-\frac{\left(s-T_{ij}^{d}\right)^2}{2\sigma_{ij}^{d2}}} ds, \tag{13}$$

где T_{ij}^{d} и σ_{ij}^{d} – соответственно, математическое ожидание и стандарт значения уровня j-го возмущающего фактора применительно к i-му элементу агрегата, которые задаются априорно в комплексе экзогенных переменных;

T_{ij}^{c} – стохастическое значение уровня j-го возмущающего фактора применительно к i-му элементу агрегата, задаваемое в комплексе эндогенных переменных;

s – переменная интегрирования.

Остается добавить, что параметры и переменные в выражении (13) являются координатами вектора входного сигнала, описанного (3) и (4).

Прежде чем рассматривать дальнейшее изменение состояния моделируемого агрегата во времени, необходимо проверить, не удовлетворяет ли текущее состояние $z(\tau'+0)$ описанным выше условиям выдачи выходного сигнала. Если данное условие выполняется, то состояние моделируемого агрегата описывается следующим соотношением:

$$z(\tau'+0+0) = W[z(\tau'+0), g_o] = W\{W[z(\tau'), g_o], g_o\}, \tag{14}$$

а в момент времени $\tau'+0+0$ выдается второй выходной сигнал.

Вектор выходного сигнала «у» может формироваться на двух уровнях: на уровне всего агрегата и на уровне отдельных компонент. Первый вариант выбирается в том случае, если агрегат состоит из элементов второй группы, для которых реализуются только определенные функциональные состояния компонент. При этом в качестве выходного сигнала выступает количество реализаций, а также ряд других координат. Второй вариант используется в том случае, если моделируемый агрегат состоит из элементов первой группы, а основу координат выходного сигнала составляют величины, количественно выражающие реализовавшееся в процессе моделирования функциональное состояние компонент.

В любом случае факт выдачи выходного сигнала после скачкообразного изменения состояния агрегата определяется с помощью датчиков случайных величин по вероятностям P_i или P_{ij} следующим образом:

$$\begin{cases} \exists\ P_i(P_{ij}) \le \eta \Rightarrow z(\tau'+0) \notin Z_y; \\ \exists\ P_i(P_{ij}) > \eta \Rightarrow z(\tau'+0) \in Z_y, \end{cases} \tag{15}$$

где η – псевдослучайное число, равномерно распределенное в интервале от 0 до 1, генерируемое с помощью программных средств датчиком случайных величин.

При необходимости в процессе моделирования оценки математического ожидания количества элементов моделируемого агрегата i-го типа, реализовавших свое функциональное состояние при изменении состояния всей системы, может быть выполнена рандомизация вида:

$$M\left[N_i\right] \cong \left(\sum_j \sum_k n_{ijk} \int_0^{r_{\max ij}} P_{ijk}(r) f_{ijk}(r) dr \right) \cdot \xi, \tag{16}$$

где n_{ijk} – количество элементов i-го типа, имеющих k-ю степень сопротивляемости j-му воздействию;

$P_{ijk}(r)$ – функция вероятности реализации возмущающего воздействия j-го фактора на i-й элемент, имеющий k-ю степень сопротивляемости, в зависимости от координаты r, нормирующей данное воздействие;

$f_{ijk}(r)$ – плотность распределения вероятности $P_{ijk}(r)$;

$r_{\max ij}$ – максимальное значение координаты r, нормирующей воздействие j-го фактора на i-й элемент;

ξ – коэффициент синергизма.

Параметры n_{ijk} и $r_{\max ij}$ должны задаваться в совокупности экзогенных переменных системы. Функция $P_{ijk}(r)$ и ее плотность распределения $f_{ijk}(r)$ должны поступать в моделируемую систему в совокупности координат вектора входного сигнала. Для оценочных и численных расчетов может быть использовано приближенное выражение:

$$N_i \cong \left(\sum_j \sum_k n_{ijk} \sum_f (P_{ijf} \cdot P_{ijkf}) \right) \cdot \xi, \tag{17}$$

где P_{ijf} – вероятность воздействия на i-й элемент системы f-й степени j-го возмущающего фактора;

P_{ijkf} – вероятность реализации соответствующего функционального состояния i-го элемента системы, имеющего k-ю степень сопротивляемости при воздействии на него f-ой степени j-го возмущающего фактора.

Как и в предыдущем выражении, вероятности P_{ijf} и P_{ijkf} должны поступать в моделируемый агрегат с вектором входного сигнала. В простейшем случае P_{ijf} может быть априорно вычислена как соотношение интегральных характеристик эффективной степени возмущения и минимального порога чувствительности к заданному возмущению. Она должна содержаться в комплексе экзогенных переменных модели.

Рассмотрим принципы имитационного моделирования элементов агрегата первой группы, для которых требуется оценка величины, количественно выражающей их функциональное состояние, после реализации особого состояния системы. В общем случае выражение для определения математического ожидания выглядит следующим образом:

$$M[t] \cong \left(\sum_i \sum_j \left(k_{ij} \int_0^{r_{\max ij}} t_{ij}(r) f_{ij}(r) dr \right) \right) \cdot \xi, \tag{18}$$

где k_{ij} – комплексный коэффициент сопротивляемости i-го элемента j-му возмущающему воздействию;

$t_{ij}(r)$ – функция, характеризующая нормированное координатой r функциональное состояние i-го элемента при реализации j-го возмущающего воздействия;

$f_{ij}(r)$ – плотность распределения функции $t_{ij}(r)$, характеризующей функциональное состояние элемента.

Функция $t_{ij}(r)$ и ее плотность распределения $f_{ij}(r)$ могут быть заданы в качестве координат вектора входного сигнала.

При имитационном моделировании кусочно-линейных агрегатов могут эффективно применяться два выражения, каждое из которых соответствует определенной схеме формирования входных сигналов и содержит координаты вектора входного сигнала в виде параметров:

$$t \cong \left(\sum_i \sum_j \left(k_{ij} \sum_f (t_{ijf} \cdot P_{ijf}) \right) \right) \cdot \xi \tag{19}$$

или

$$t \cong \left(\sum_i \left(\sum_j k_{ij} \sum_m (P_{ijm} \cdot t^d_{ijm}) \right) \right) \cdot \xi, \tag{20}$$

где t_{ijf} – величина, количественно характеризующая функциональное состояние i-го элемента, подвергаемого f-й степени воздействия j-го фактора;

P_{ijf} – вероятность реализации события, заключающегося в осуществлении воздействия f-й степени j-го возмущающего фактора на i-й элемент моделируемой системы;

P_{ijm} – вероятность осуществления для i-го элемента системы функционального состояния, характеризующегося m-й степенью своего количественного выражения применительно к j-му возмущающему фактору;

t^d_{ijm} – априорно задаваемое детерминированное значение параметра m-й степени количественного значения.

Следует отметить, что в выражениях (17) – (20) параметры k_{ij}, $r_{\max ij}$, t_{ijf}, P_{ijf}, P_{ijm} и t^d_{ijm} представляют собой экзогенные переменные, поступающие при моделировании в систему с входным сигналом.

Кроме того, важно понимать, что в (16) и (18) при более строгом рассмотрении должен определяться несобственный интеграл вида:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int \ldots \int R(r_1, r_2, \ldots, r_n) \cdot f_R(r_1, r_2, \ldots, r_n)\, dr_1 dr_2 \ldots dr_n, \tag{21}$$

который в модельных расчетах значительно упрощается при переходе к полярной системе координат с учетом центральной симметрии и ограничением интегрирования верхним значением нормирующей переменной r, при котором вероятность реализации определенного функционального состояния элемента системы становится пренебрежимо малой.

При необходимости наряду с математическим ожиданием может быть вычислен и стандарт искомой величины по известным формулам:

$$\sigma[t] \cong \sum_i \sum_j \left(k_{ij} \sqrt{\int_0^{r_{\max ij}} (t_{ij}(r) - M[t])^2 f_{ij}(r) dr} \right); \tag{22}$$

$$\sigma[N_i] \cong \sum_j \sum_k \left(n_{ijk} \sqrt{\int_0^{r_{\max ij}} (P_{ijk}(r) - M[N_i])^2 f_{ijk}(r) dr} \right). \tag{23}$$

Прежде чем рассматривать дальнейшее изменение состояния агрегата во времени, необходимо осуществить проверку условия выдачи нового сигнала. Следует отметить, что в момент времени τ' может быть выдано лишь конечное число сигналов. При комплексном моделировании процессов выдачи двух и более выходных сигналов, в зависимости от структуры входных сигналов и особого состояния системы, возможны два подхода к определению координат вектора выходного сигнала.

В первом случае рассматривается двойной сигнал, в котором первая часть отражает процессы, происходящие с агрегатом при изменении его функционального состояния, а вторая характеризует функциональное состояние i-го элемента агрегата при изменении степени и характера воздействия j-го возмущающего фактора за счет вторичных эффектов, возникающих в системе. При этом параметр, характеризующий новое функциональное состояние системы, может быть определен следующим образом:

$$t_{dij} \cong \sum_m (P_{vijm} \cdot P_{nij} \cdot t_{ijm}^d), \tag{24}$$

где t_{ijm}^d – детерминированная величина m-й степени, численно характеризующая функциональное состояние i-го элемента под воздействием j-го фактора;

P_{vijm} – вероятность возникновения t_{ijm}^d;

P_{nij} – вероятность события, заключающегося в воздействии j-го возмущающего фактора на i-й элемент.

В последнем выражении параметр t_{ijm}^d поступает из комплекса эндогенных переменных, а P_{vijm} и P_{nij} – из координат вектора входного сигнала. При этом в простейшем случае P_{nij} может приниматься для факторов, воздействующих на агрегат в целом, равной 0 или 1, а для факторов, характеризующихся локальным или избирательным воздействием, может быть определена как отношение величин, характеризующих фиксированную степень чувствительности компоненты агрегата и системы в целом. В данном случае все величины нормируются координатой r.

Во втором подходе рассматривается конечный однородный поток сигналов (s – их количество). В данном случае комплексное воздействие на элементы оценивается с помощью вероятности Q попадания в диапазон их чувствительности определенного числа воздействий. Анализ показывает, что в большинстве случаев правомерным является допущение о пуассоновском характере потока комплексных факторов, т.к. при этом приблизительно соблюдаются условия ординарности и отсутствия последействия.

Таким образом, вероятность перехода элемента исследуемой системы в определенное функциональное состояние может быть определена по следующей аддитивно-мультипликативной зависимости:

$$P_q \cong \sum_{s=1}^{q}\Big((1-(1-P_1)^s)\cdot Q_s\Big), \tag{25}$$

где P_q – вероятность перехода элемента в функциональное состояние при количестве воздействий q;

P_1 – вероятность перехода элемента в функциональное состояние при единичном воздействии;

q – общее фиксируемое количество воздействий, реализуемое в процессе модельной реализации;

Q_s – вероятность попадания в зону чувствительности элемента строго s-количества воздействий.

Вероятность Q_s может быть определена по закону Пуассона (при соблюдении условий ординарности и отсутствия последействия):

$$Q_s = \frac{m^s}{s!}e^{-m}, \tag{26}$$

где m – среднее число воздействий, приходящееся на зону чувствительности исследуемого элемента системы, которое определяется априорно путем всесторонней статистической обработки комплекса эндогенных переменных.

Необходимо отметить, что приведенное выше выражение (26) является лишь приближенным, основанным на допущении, что

$$P_j \cong 1-(1-P_1)^j. \tag{27}$$

При этом точное выражение, учитывающее смешанную вероятностную схему переходов, выглядит следующим образом:

$$P = \sum_{s=1}^{q} \left(P_s \cdot Q_s\right), \tag{28}$$

где P_s – вероятность перехода в определенное функциональное состояние элемента при s-кратном воздействии.

Использование выражения (27) для определения Q_s, в известном смысле, также является не вполне корректным. Очевидно, что в общем случае необходимо использовать биномиальное распределение:

$$Q_{q,s} = C_q^s \cdot P_o \cdot (1 - P_o)^{q\text{-}s}, \tag{29}$$

где $Q_{q,s}$ – вероятность того, что в зоне чувствительности исследуемого элемента системы окажется строго s воздействий фактора из общего количества q воздействий;

C_q^s – число сочетаний из q по s;

P_o – вероятность того, что при однократном воздействии значение рассматриваемого фактора окажется в зоне чувствительности исследуемого элемента системы.

Если состояние $z(\tau' + 0)$ не удовлетворяет условиям выдачи выходного сигнала, то дальнейшее состояние агрегата изменяется по следующему закону (при выполнении неравенства $\tau' < \tau \le \tau_1$):

$$z(\tau) = U_{\tau'}[z(\tau'+0),\, g_o,\, \tau] = U_{\tau'}\{W[z(\tau'),\, g_o],\, g_o,\, \tau\}. \tag{30}$$

В дальнейшем при моделировании процессов функционирования агрегата, вопрос о выдаче выходных сигналов и изменении состояния с течением времени решается аналогично. Процесс функционирования агрегата в промежутках между особыми состояниями представляется целесообразным моделировать с помощью стохастической схемы в условиях квазинепрерывного модельного времени. При этом могут быть использованы алгоритмы, основанные на системах дифференциальных уравнений или массового обслуживания. Стохастизм в модели формируется за счет реализации специальных преобразующих функций, которые получаются путем нелинейного преобразования функций плотности распределения, соответствующих выявленному вероятностному процессу.

В режиме непрерывного времени в ходе моделирования процесса функционирования агрегата в промежутке между особыми состояниями (см. оператор U_τ) должен проверяться факт выдачи выходного сигнала. При этом вероятность того, что до момента времени τ сигнал системой не будет выдан, может быть определена из выражения:

$$P(\tau) \cong e^{-\sum_i \left(\int_0^\tau \lambda_i(\upsilon) d\upsilon \right)}. \qquad (31)$$

Параметр $\lambda_i(\tau)$ в выражении (31) представляет собой условную плотность вероятности выдачи системой в момент времени τ выходного сигнала при условии, что ранее сигнал не выдавался. Данный параметр при моделировании должен быть задан в комплексе эндогенных переменных.

Заметим, что разные этапы жизненного цикла агрегатов лучше моделировать с помощью различных подходов. Так, процессы замены агрегата при принятии решения о внедрении нового технического изделия, обладающего меньшим электропотреблением, моделируются с помощью зависимости (15), т.к. факт попадания агрегата в зону принятия решения системой управления является событием достоверным при условии, что решение на уровне внешней системы управления состоялось. Поэтому моделируются здесь только последствия выполнения решения (выдача выходного сигнала). В ходе исследования процессов модернизации агрегата с целью внедрения энергосберегающих технологий моделируется сам факт изменения состояния агрегата. При этом целесообразно использовать систему непрерывного времени (в простейшем случае – см. выражение (31)). Собственно процессы функционирования агрегатов целесообразно моделировать также в системе непрерывного времени, однако, с использованием более сложных математических конструкций (в основном – СМО).

В конечном итоге по результатам модельной реализации преобразующих функций формируются две матрицы, одна из которых $[W_1]$ содержит значения электропотребления объектов техноценоза на определенном временном интервале без реализации энергосберегающих управленческих воздействий, а вторая $[W_2]$ – с реализацией соответствующих воздействий. Кроме того, параллельно формируются еще две матрицы, одна из которых $[Z_1]$ содержит значения затрат на оплату за потребленную электроэнергию на объектах техноценоза в условиях первого варианта $[W_1]$, а вторая $[Z_2]$ – затрат на внедрение энергосберегающих технологий при реализации второго варианта $[W_2]$. Построение кумулятивной зависимости для техноценоза в целом представляется некорректным ввиду негауссовости параметров. Подобную выборку следует обрабатывать ТЦ-методами, основанными на ципфовых ранговых распределениях.